



## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques

## Sèrie 4

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

---

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

---

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

---

1. Siguin les funcions  $f(x) = x^3$  i  $g(x) = a \cdot x^2$ , en què  $a$  és un nombre real positiu.
- a) Trobeu, en funció del paràmetre  $a$ , els punts de tall entre les dues corbes  $y = f(x)$  i  $y = g(x)$  i feu un esbós de la regió limitada per les dues gràfiques.
- [1,25 punts]

- b)** Calculeu el valor de  $a$  perquè l'àrea compresa entre  $y=f(x)$  i  $y=g(x)$  sigui  $\frac{27}{4} u^2$ .  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	<b>a</b>	
	<b>b</b>	
	Total	

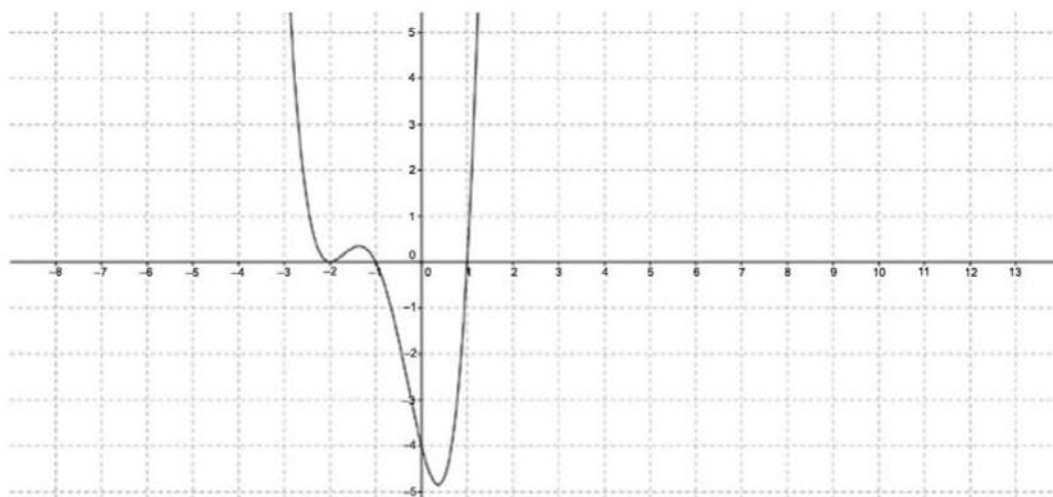
2. Un avió es desplaça des d'un punt  $A = (0, 3, 1)$  cap a una plataforma plana d'equació  $\pi: x - 2y + z = 1$  seguint una recta  $r$  paral·lela al vector  $\mathbf{v} = (1, -1, 0)$ .
- a)** Calculeu les coordenades del punt de contacte  $B$  de l'avió amb el pla i la distància recorreguda.
- [1,25 punts]

**b)** Calculeu l'equació general del pla perpendicular a la plataforma i que conté la recta  $r$  seguida per l'avió des del punt  $A$ .

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	$a$	
	$b$	
	Total	

3. Sigui  $f(x)$  una funció derivable la gràfica de la qual passa pel punt  $(0, 1)$ . La gràfica de la seva derivada,  $f'(x)$ , és la que es mostra en la figura.



- a) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció  $f(x)$  en el punt de la gràfica d'abscissa  $x = 0$ .  
[1,25 punts]

- b)** Trobeu les abscisses dels punts singulars de la funció  $f(x)$  i classifiqueu-los.  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. Sigui la matriu  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & -3 & 0 \\ 4 & a-7 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ , en què  $a$  és un paràmetre real.

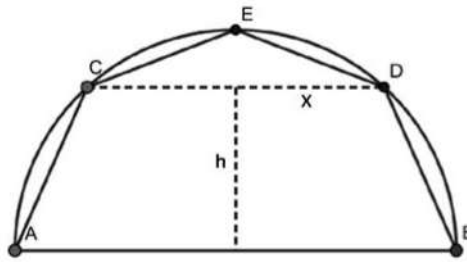
a) Estudieu el rang de la matriu  $\mathbf{A}$  per als diferents valors del paràmetre  $a$ .  
[1,25 punts]



- b)** Comproveu que per a  $a = 4$  la matriu  $A$  és invertible i que es verifica que  $A^{-1} = A^2$ .  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	$a$	
	$b$	
	Total	

5. Una empresa està treballant en el disseny d'unes càpsules de cafè. L'empresa ha construït la secció transversal de les càpsules inscrivint-la en una semicircumferència de radi 1, traçant a continuació una corda  $CD$  paral·lela al diàmetre  $AB$  i incorporant el punt  $E$  en el punt mitjà de l'arc  $CD$ . D'aquesta manera queda traçat el pentàgon  $ACEDB$ , tal com es mostra en la figura.



- a) Expresses en funció de  $x$  i  $h$  l'àrea del pentàgon  $ACEDB$ .  
[1,25 punts]

*b*) Quina ha de ser la distància (indicada en la figura per  $h$ ) a què s'ha de situar la corda  $CD$  de  $AB$  per tal que l'àrea del pentàgon  $ACEDB$  sigui màxima?

[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Siguin les rectes  $r$  i  $s$ , expressades per  $\frac{x-3}{2} = y = z - 1$  i  $(\mu, -\mu, \mu)$ , respectivament.
- a) Determineu la posició relativa de les rectes.  
[1,25 punts]

- b*) Calculeu la distància entre la recta  $r$  i la recta  $s$ .  
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

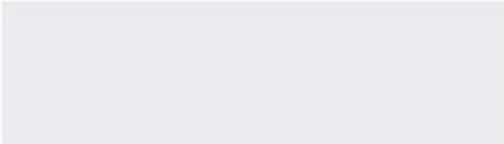
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut  
d'Estudis  
Catalans